

BOOLEAN CEBRİ TEOREMLERİ

1.1 Deneyin Amacı

Sayısal mantık değişimleri arasında ilişkileri incelemek, Boolean cebri teoremlerini doğrulamak. Sırasıyla AND, OR, ÖZDEŞLİK, TAMAMLAYICI ve ÇİFT TERSLME kuralları irdelenecektir.

1.2 Ön Bilgiler

Mantıksal düzeneklerin tasarımı ve bunların kurulması için optimal yapıların seçilmesi mantık cebri veya Boolean cebrinin kullanılması ile gerçekleştirilir. Boolean cebrinde x değişkeni kullanılır ve bu değişken aşağıdaki koşula cevap vermelidir.

eğer	$x \neq 0$ ise, $x = 1$
eğer	$x \neq 1$ ise, $x = 0$

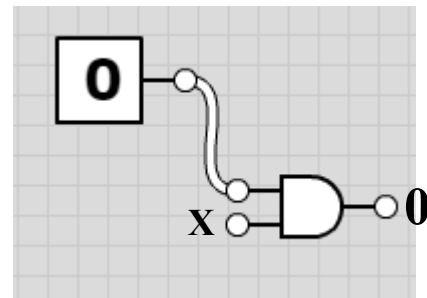
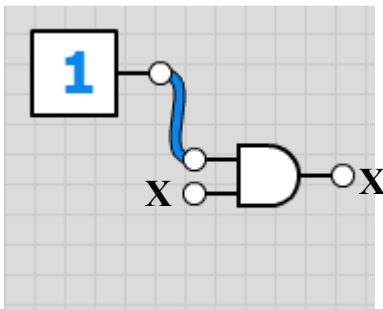
Böyle değişkenler için aşağıdaki işlemler yapılabilir.

1.3 AND Kuralı

Bir sayısal mantık işleminde **Anahtar Kapalı, Doğru** ya da **Gerilimin Olması (2.4V ile 5V)** durumu '1' sayısı, **Anahtar Açık, Yanlış** ya da **Gerilim Olmaması** '0' sayısı ile ifade edilir. Bu çalışmada, X değişkeninin yukarıda sözü edilen kombinasyonlarla bir AND lojik kapısı girişine uygulandığında alabileceği değerler irdelenecektir. AND kuralının matematiksel ifadesi aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} X \cdot 1 &= X \\ X \cdot 0 &= 0 \end{aligned}$$

AND kuralının grafiksel gösterimi aşağıda verilmiştir.

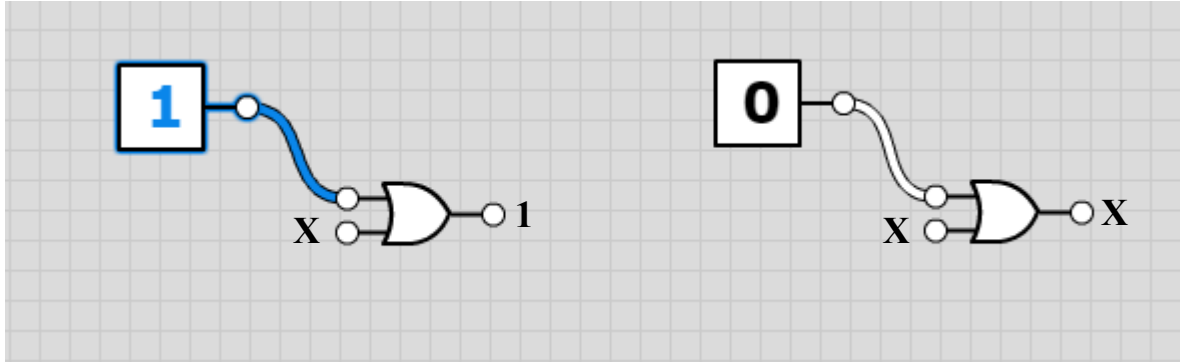


1.4 OR Kuralı

Bir sayısal mantık işleminde **Anahtar Kapalı, Doğru** ya da **Gerilimin Olması (2.4V ile 5V)** durumu '1' sayısı, **Anahtar Açık, Yanlış** ya da **Gerilim Olmaması** '0' sayısı ile ifade edilir. Bu çalışmada, X değişkeninin yukarıda sözü edilen kombinasyonlarla bir OR lojik kapısı girişine uygulandığında alabileceği değerler irdelenecektir. OR kuralının matematiksel ifadesi aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} X + 1 &= 1 \\ X + 0 &= X \end{aligned}$$

AND kuralının grafiksel gösterimi aşağıda verilmiştir.



1.5. Tamamlayıcı Kural

X değişkeninin kendisinin tersiyle ($\overline{X}$) toplandığında ya da çarpıldığında alabileceği değerler irdelenecektir. Tamamlayıcı kuralın matematiksel gösterimi aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} X + \overline{X} &= 1 \\ X \cdot \overline{X} &= 0 \end{aligned}$$

Tamamlayıcı kurala ilişkin doğruluk tablosu verilmiştir.

X	$\overline{X}$	$X + \overline{X}$
1	0	
0	1	
X	$\overline{X}$	$X \cdot \overline{X}$
1	0	
0	1	

1.6. Özdeşlik Kuralı

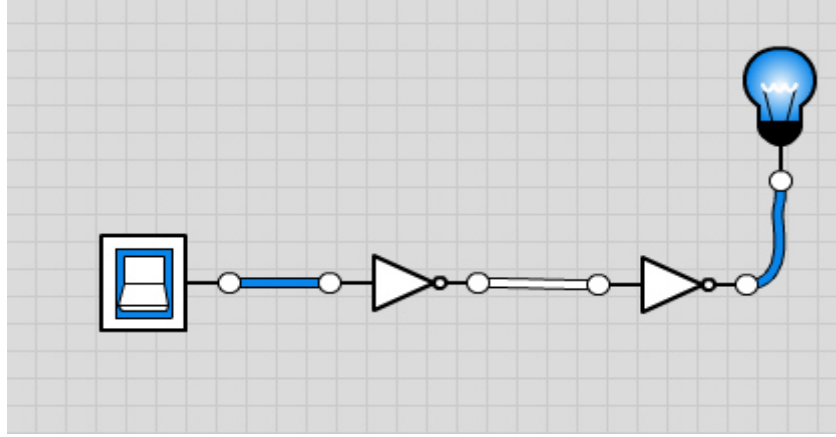
Bir X değişkeninin yine kendisiyle çarpımında ve toplamında alabileceği değerler irdelenecektir. Ayrıca, ilgili işlemlerin farklı kombinasyonları için Lojik Kapıları kullanılarak, laboratuvar ortamında analiz edilecektir.

Özdeşlik kuralının matematiksel olarak gösterimi aşağı verilmiştir.

$$\begin{aligned} X + X &= X \\ X \cdot X &= X \end{aligned}$$

1.7. Çift Tersleme Kuralı

Çift tersleme kuralında genel mantık, bir mantıksal devrede iki adet DEĞİL (NOT) kapısının seri şekilde birbirine bağlanmasına dayanır. Çift tersleme kuralı bir değişkenle sınırlı kalmayıp, bir değişkenden fazla girişi olan mantıksal devrelere de uygulanabilir. Ayrıca, bu kural karmaşık devrelerin matematiksel olarak sadeleştirilmesi için büyük kolaylık sağlayabilir. Aşağıda bir değişkene ilişkin çift tersleme kuralının grafiksel gösterimi verilmiştir.



Çift tersleme kuralının 1 (bir) ve 2 (iki) değişken için matematiksel olarak gösterimi aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned}\overline{\overline{X}} &= X \\ \overline{\overline{X+Y}} &= X+Y \\ \overline{\overline{X \cdot Y}} &= X \cdot Y\end{aligned}$$

Yukarıda verilen eşitlikler, laboratuvar ortamında mantıksal kapılar kullanılarak, doğrulanacaktır.